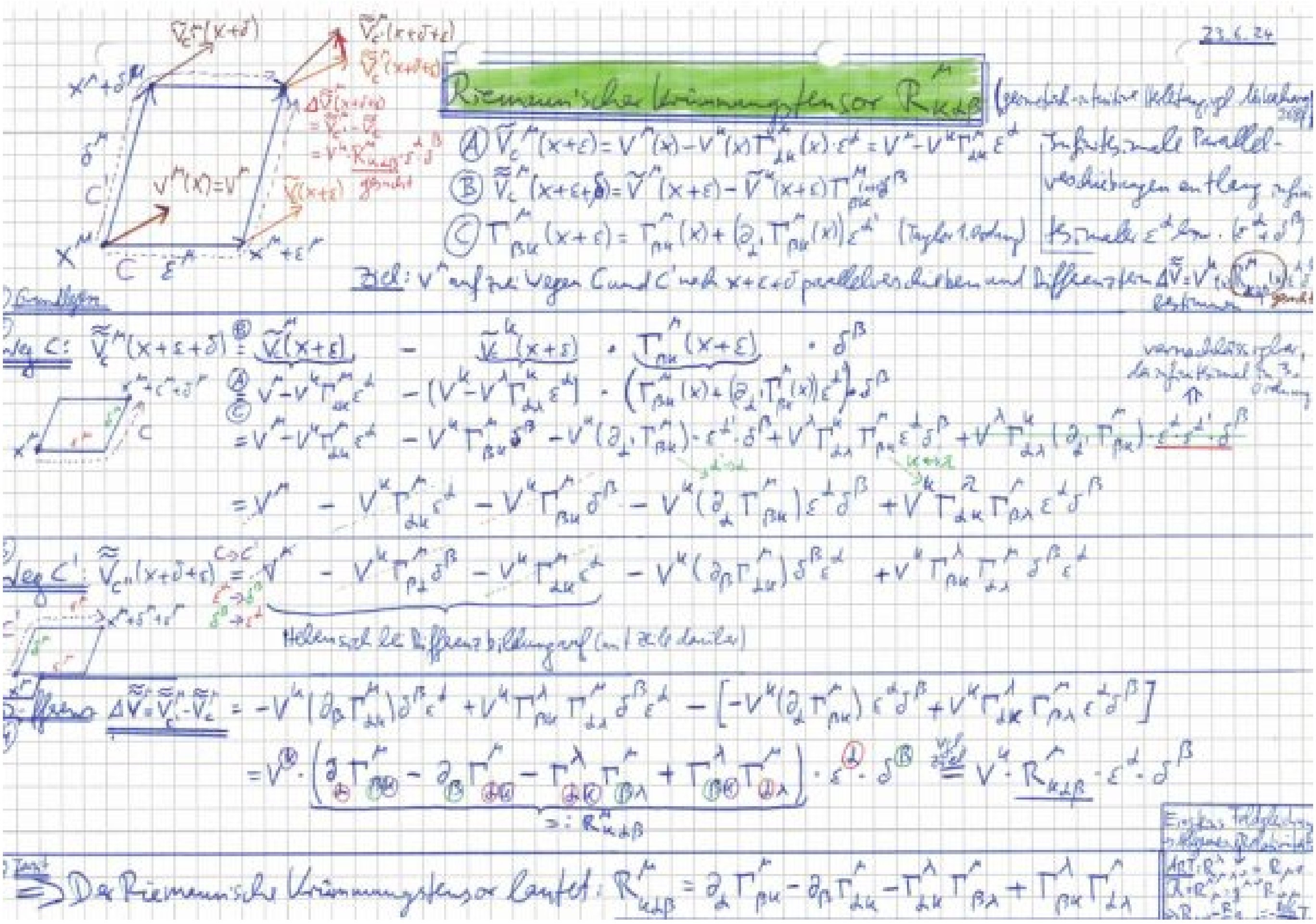
Pimp up your offline life by using pencil, brain & sheet of paper Hier dargestellt an einem meiner Lieblingshobbies seit mehreren Jahren: Theoretische bzw. mathematische Physik.

Es folgt die aufgeräumte Version meiner Rechnungen zur kompakten Herleitung des Riemann’schen Krümmungstensors, einer folgenreichen Erfindung des Mathematikers Bernard Riemann (1876), die an sich nichts mit angewandter Physik zu tun hatte, und sich nur als mathematische Größe zur Beschreibung der lokalen Krümmung in beliebig dimensionalen gekrümmten Räumen verstand. Ziel der modernen Mathematiker war es eine verallgemeinerte „Geometrie jenseits Euklid“ zu finden. Dieses Ziel wurde erreicht und weit überboten.



Herleitung des Krümmungstensors aus der Differenz zweier Parallelverschiebungen zwischen zwei identischen Punkten.

Albert Einstein entdeckte dieses Ding nach vielen gescheiterten Versuchen eine umfassende Theorie der Gravitation zu finden, unter mathematischer Unterstützung durch seinen

Freund Marcel Grossmann, und übertrug sie auf die Physik, indem er unsere Raumzeit als vierdimensionalen gekrümmten Raum interpretierte und damit die Zeit „geometrisierte“.

Das Ergebnis war eine bahnbrechende Revolution in der Physik, die die geometrische Verbindung zwischen Raum, Zeit und Materie auf eine Weise sichtbar gemacht hat, wie es sich Philosophen und Gelehrte über Jahrtausende nicht hätten vorstellen können: Die Allgemeine Relativitätstheorie. Diese beschreibt kurz gesprochen Gravitation bzw. gravitativ verursachte Bahnen als eine Bewegung von Körpern durch eine gekrümmte Raumzeit, wobei die Ursache von deren Krümmung wiederum Masse und Energie sind.

Dies drückte Einstein 1915 in seiner Feldgleichung der Allgemeinen Relativitätstheorie aus. Sie dient heute noch als Grundlage zur Erforschung schwarzer Löcher, zum Betreiben theoretischer Kosmologie, zur präzisen Standortberechnung in GPS-Systemen (Gravitationsfeld der Erde krümmt auch Raum und Zeit!) und und und…

Die Sprache dieser Theorie: Differenzialgeometrie mit harter Tensoralgebra.

Das wissenstheoretisch Wichtigste daran: Diese Theorie beinhaltet nicht nur die vorherige Physik als Grenzfall, sondern hat bekannte empirische Phänomene erstmals erklärt und neue vorhergesagt, also Phänomene, die zuvor unverstanden oder gänzlich unbekannt waren (anomale Periheldrehung des Merkur; Gravitationswellen, die erst ein Jahrhundert nach Einsteins Theorie nachgewiesen wurden etc.).

Der tiefere Clou dieser brillanten Theorie liegt – zumindest nach Meinung von Einstein und vielen theoretischen Physikern – in ihrer abstrakten mathematischen Eleganz.

Die linke Hälfte von Einsteins-Feldgleichung (rechts unten im Bild, ganz klein und abgeschnitten) besteht aus einer speziellen Linearkombination des oben genannten Krümmungstensors, die über eine Eleganz verfügt, die in ihren Transformationseigenschaften versteckt liegt (Stichworte: Kovarianz, diverse Symmetrien und Erhaltungsgrößen).

Diese Seite beschrieb Einstein als „schön und wie aus Marmor“. Es ist die Seite, die die Krümmung von Raum und Zeit beschreibt, beschrieben als spezielle Linearkombination des Riemann’schen Krümmungstensors für unsere Raumzeit.

Die rechte Seite seiner Gleichung hingegen, die die Materie beschreibt, beschrieb Einstein als „wie aus Holz“, da sie aus seiner Sicht willkürlich veränderbar schien und nicht – wie die linke Seite – aus einem oder wenigen fundamentalen Prinzipien logisch streng abgeleitet werden konnte.

Die linke Seite hingegen ist weitgehend „logisch isoliert“ (so Steven Weinberg): Kleine Veränderungen an ihrer Form zerstören die mathematische Konsistenz und Eleganz (oder reduzieren sie zumindest), noch vor jedem empirischen Test.

Diejenigen Physikerinnen und Physiker, die nach einer Materiebeschreibung (rechte Seite der Feldgleichung) suchen, die auch „schön und wie aus Marmor“ ist, sind auch bekannt als die Sucher nach einer vereinheitlichten Feldtheorie bzw. nach der „Weltformel“.

Wie dem auch sei: Hier präsentiere ich meine kompakte Herleitung des Grundbausteins der linken Seite von Einsteins Feldgleichung: Den Riemann’schen Krümmugstensor!

#pimpupyourofflinelife